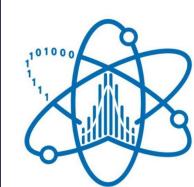


Использование машинного обучения и аналитических методов аппроксимации для реконструкции колец черенкового излучения.

Агафонов Глеб, лаборант ЛАДФВЭ ТГУ

Исследования выполнены при поддержке гранта Правительства Российской Федерации (Соглашение № 075-15-2025-009 от 28.02.2025 г.)



ПЛАН СЕМИНАРА

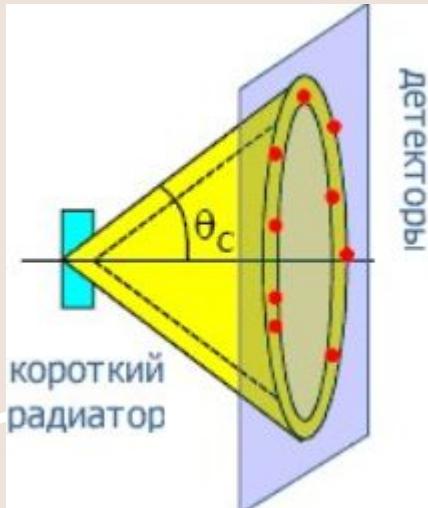
- Излучение Вавилова-Черенкова.
- RICH, FARICH детекторы.
Применение черенковского излучения в физике высоких энергий.
- Экспериментальная установка.
- Методы реконструкции колец черенковского излучения.
- Сравнительный анализ методов.
- Перспективы применения машинного обучения.

Излучение Вавилова-Черенкова

- $v < c$ - деструктивная интерференция
- $v > c$ - конструктивная интерференция

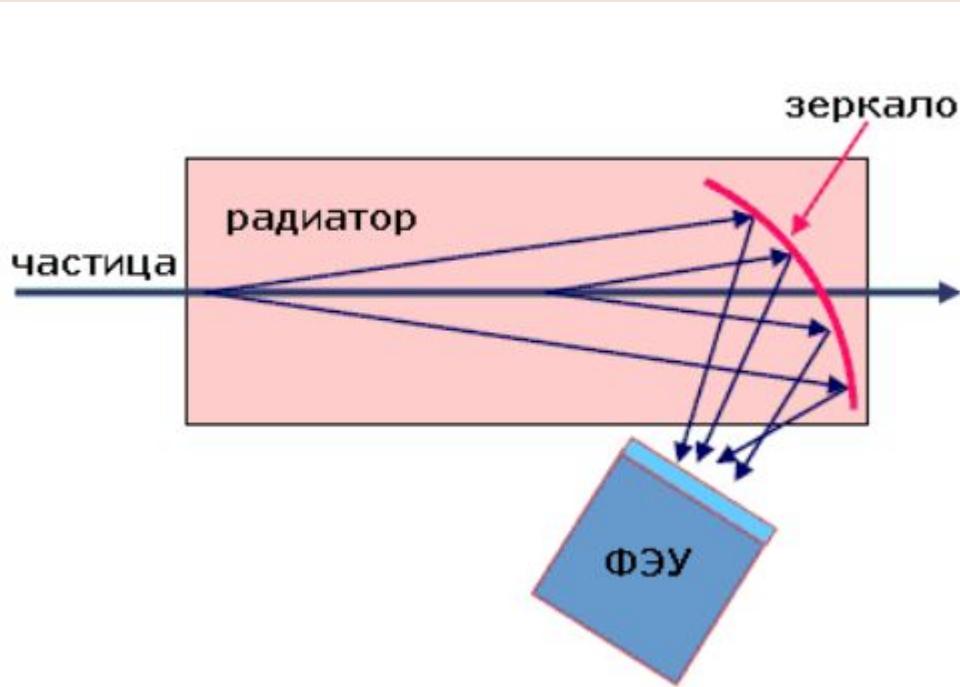
Черенковские детекторы

$$\cos \theta = \frac{c}{nv}$$



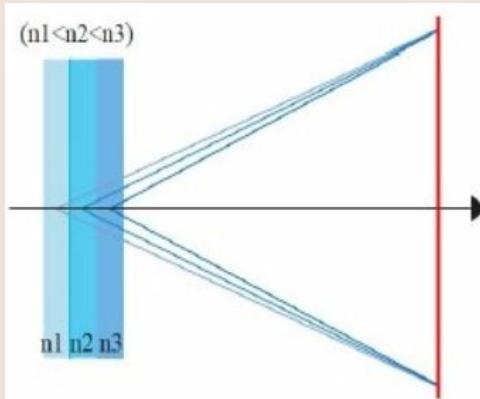
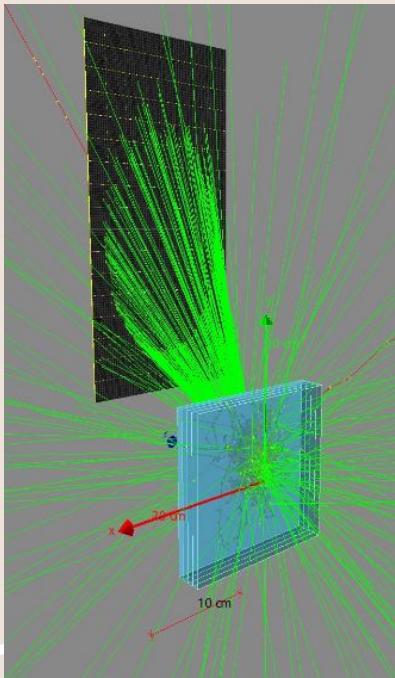
- RICH - (Ring Image Cherenkov detectors) детекторы регистрирующие кольца черенковского излучения.
- FARICH - (Focusing Aerogel RICH) RICH-детекторы основанные на аэрогеле.

RICH



- Использует оптические системы, чтобы аккуратно спроектировать этот конус в идеальное кольцо

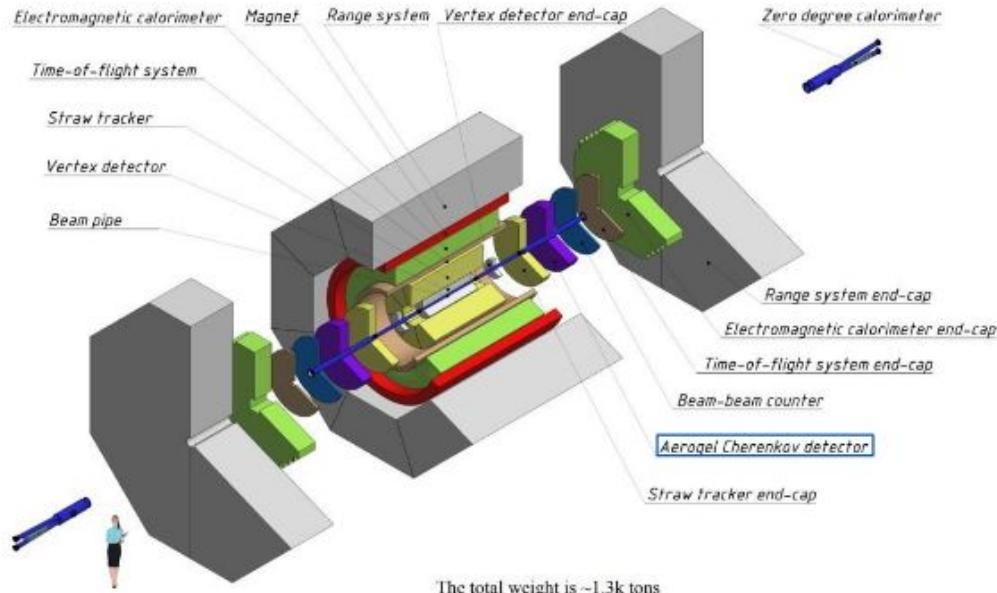
FARICH



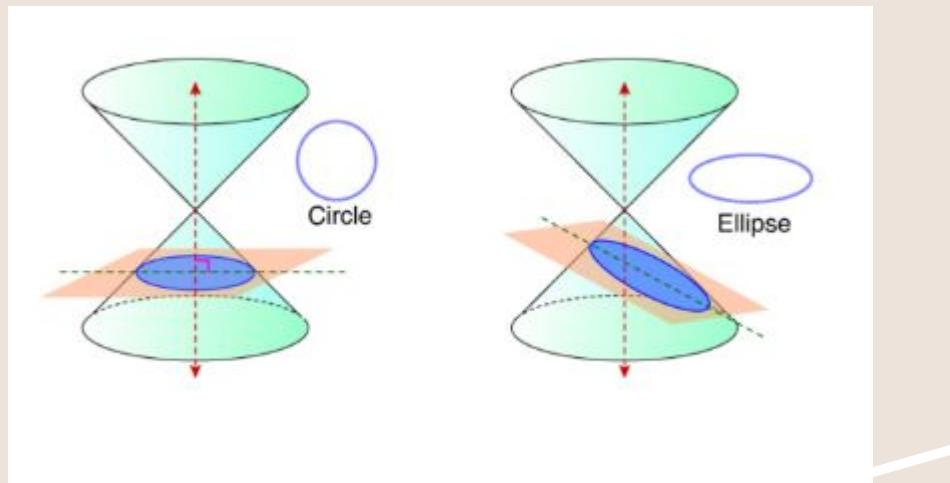
- Использует многослойный радиатор из аэрогеля. Это позволяет сфокусировать несколько колец, родившихся в аэрогели и получить более точную картину.

SPD

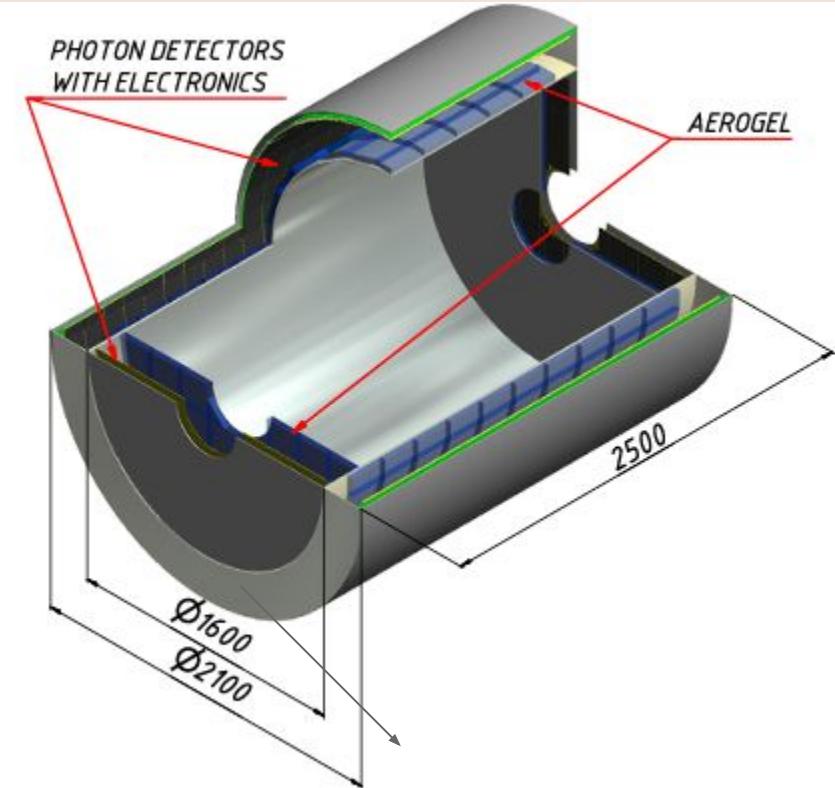
Schematic view of the SPD setup



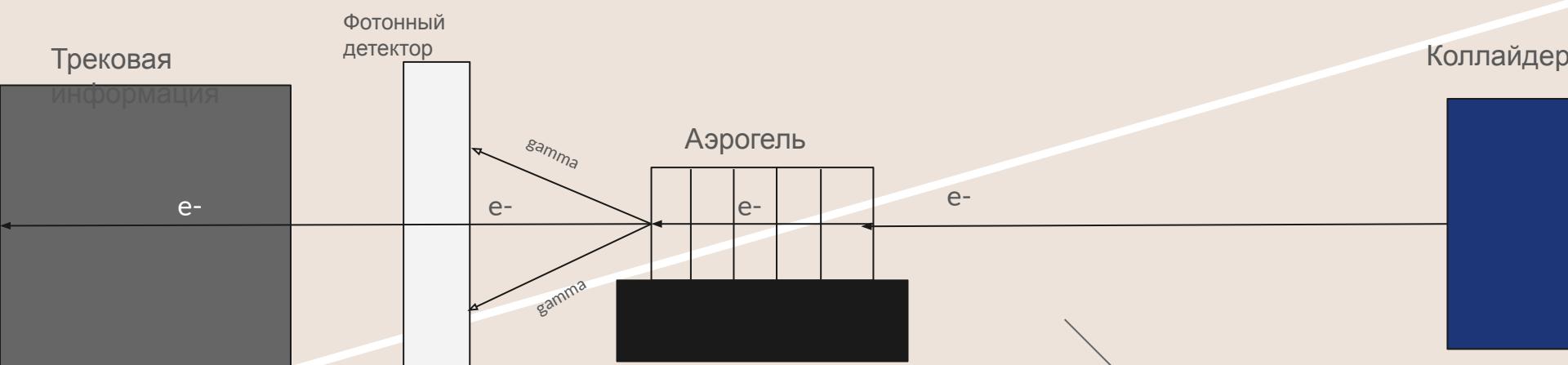
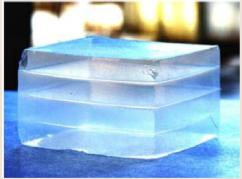
SPD



- Геометрия детекторов является главным фактором сложности моделирования и анализа таких процессов.



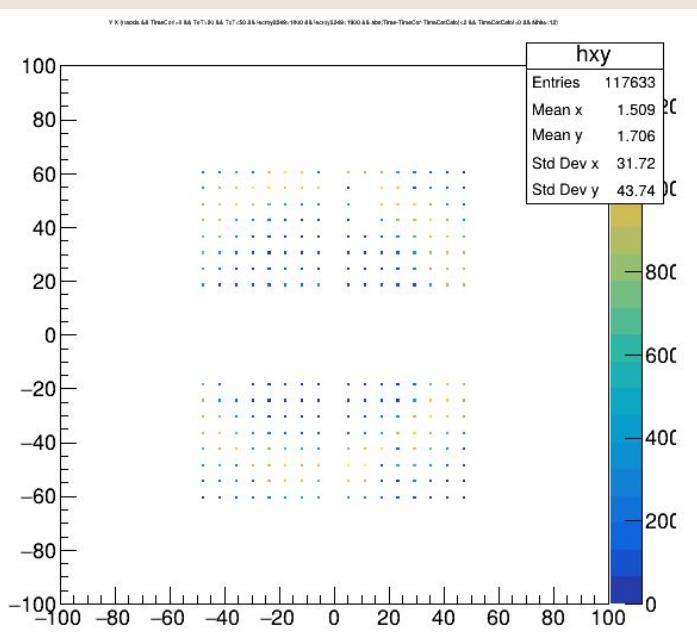
Экспериментальная установка в ИЯФ



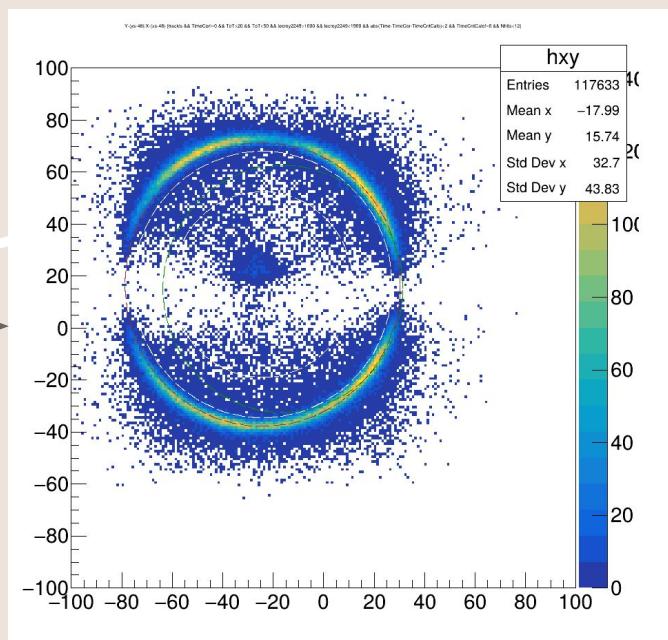
Метод реконструирует след оставленный черенковским излучением, вычитая координаты центра пучка, известные из трековых данных, из координат хитов с калориметра и далее строится распределение хитов по радиусу

Реконструкция кольца без трековой информации

Сырые данные

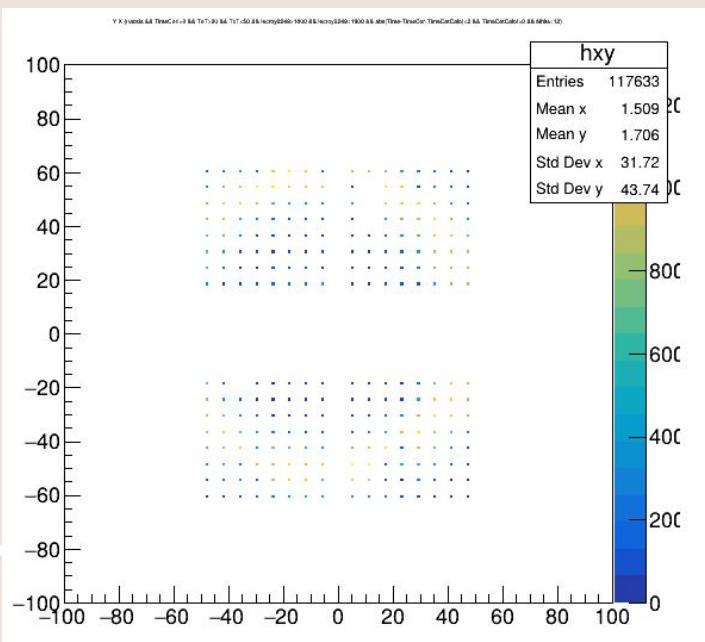


Обработанные данные

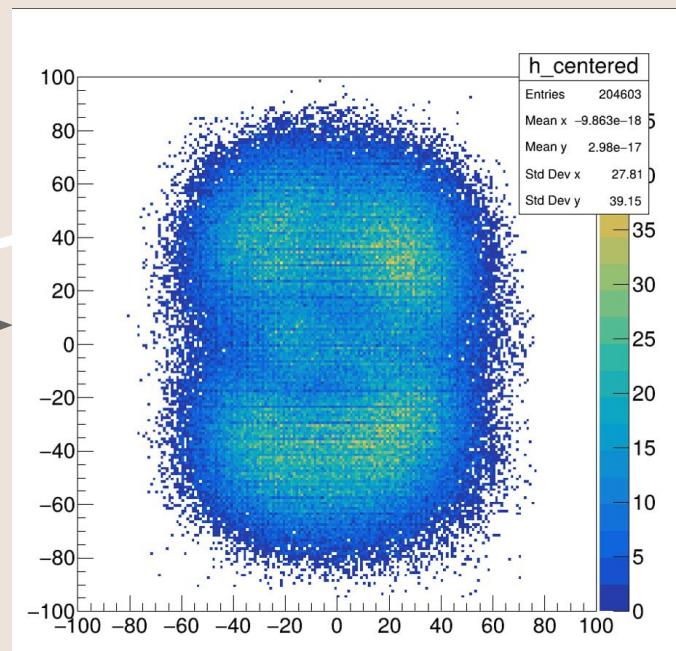


Реконструкция кольца без трековой информации

Сырые данные

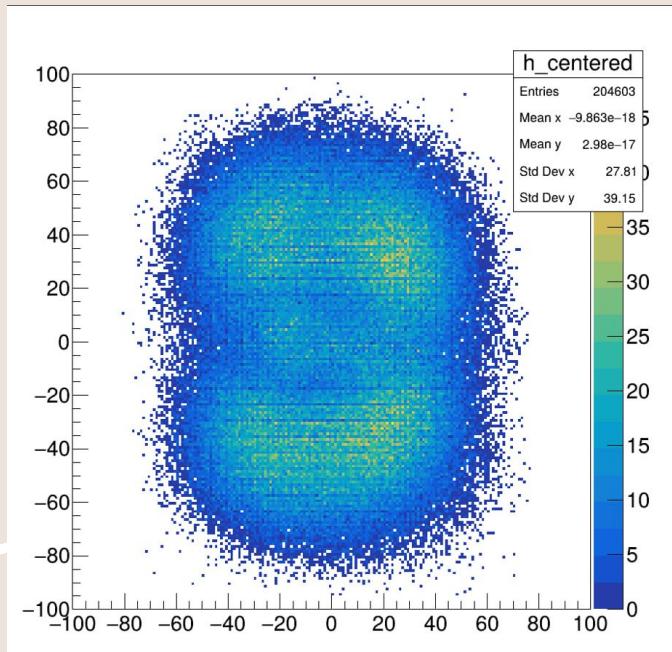


Центрированные данные

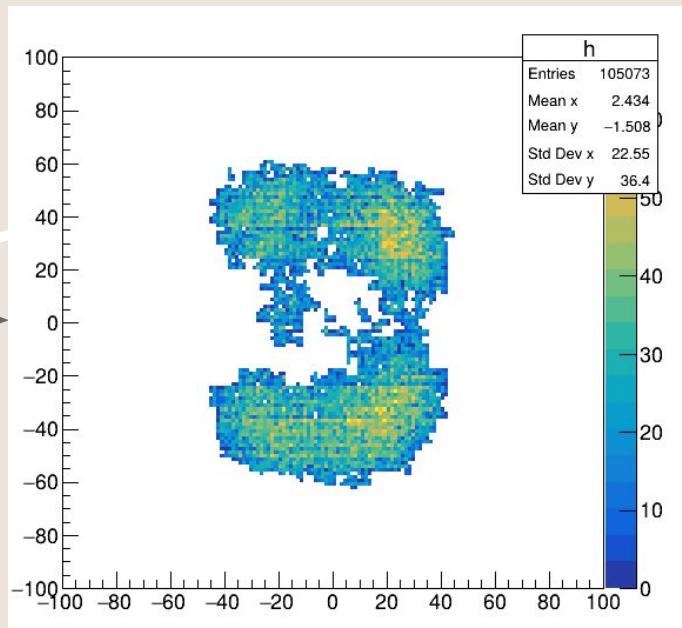


Реконструкция кольца без трековой информации

Центрированные данные



Кластеризованные данные



Реконструкция кольца без трековой информации



НАЙТИ ЦЕНТР ПУЧКА ИЗЛУЧЕНИЯ ЗНАЯ ЛИШЬ ПРОСТРАНСТВЕННОЕ
РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ФОТОНОВ НА ДЕТЕКТОРЕ

Методы

- Метода Каса (МНК)
- Метода Таубина
- Метода ММ-оценок

Метод Каса

Центрируем
переменные:

$$u_i = x_i - \bar{x}, \quad v_i = y_i - \bar{y}$$

Уравнение окружности

$$u^2 + v^2 + Au + Bv + C = 0$$

$$\begin{pmatrix} \sum u_i^2 & \sum u_i v_i & \sum u_i \\ \sum u_i v_i & \sum v_i^2 & \sum v_i \\ \sum u_i & \sum v_i & n \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \\ C \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \sum u_i z_i \\ \sum v_i z_i \\ \sum z_i \end{pmatrix}$$

Здесь

$$\sum u_i z_i = \sum u_i (u_i^2 + v_i^2) = \sum u_i^3 + \sum u_i v_i^2 = S_{uuu} + S_{uvv},$$

$$\sum v_i z_i = \sum v_i^3 + \sum u_i^2 v_i = S_{vvv} + S_{uuv}.$$

так как $\sum u_i = \sum v_i = 0$, \rightarrow

$$\begin{pmatrix} S_{uu} & S_{uv} \\ S_{uv} & S_{vv} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A \\ B \end{pmatrix} = - \begin{pmatrix} \sum u_i z_i \\ \sum v_i z_i \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} S_{uu}A + S_{uv}B = -(S_{uuu} + S_{uvv}), \\ S_{uv}A + S_{vv}B = -(S_{vvv} + S_{uuv}). \end{cases}$$

Метод Таубина

Аппроксимированное расстояние: $\sqrt{f(x)^t (Df(x)Df(x)^t)^{-1} f(x)}$ $\longrightarrow f(x)^2 / \|\nabla f(x)\|^2$

Симметричное матричное ограничение

$$\frac{1}{q} \sum_{i=1}^q Df(p_i) Df(p_i)^t = I_k$$

$$X = (X_1, \dots, X_h)^t : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^h.$$

Средняя квадратичная ошибка:

$$\xi_{\mathcal{D}}^2(\alpha) = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q \|f(p_i)\|^2.$$

$$f = FX : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^k$$

$$\hat{F}_i M_{\mathcal{D}} = \lambda_i \hat{F}_i N_{\mathcal{D}}$$

$$N_{\mathcal{D}} = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q [DX(p_i)DX(p_i)^t]$$

$$M_{\mathcal{D}} = \frac{1}{q} \sum_{i=1}^q [X(p_i)X(p_i)^t]$$

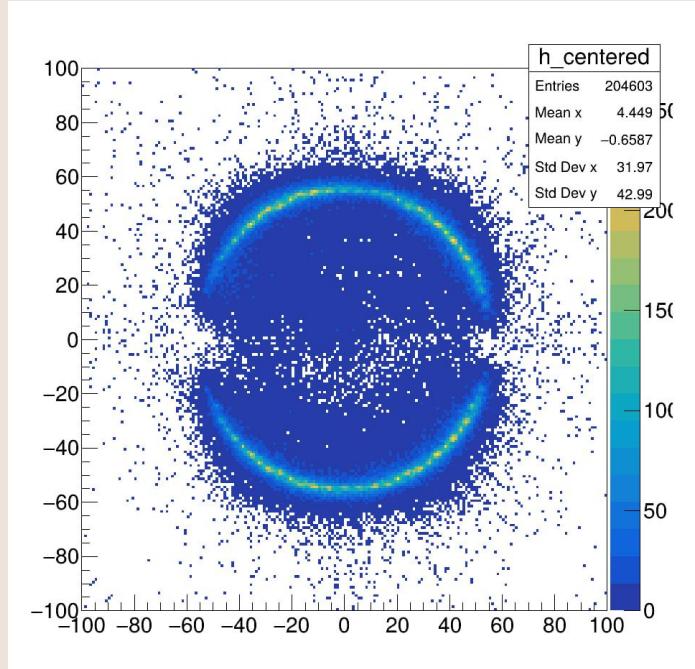
Метод ММ-оценок

- Получаем первичные оценки параметров кривой используя обычный МНК
- Далее следует S-оценка: минимизируем дисперсию оценок полученных в начале.
- Далее следует M-оценка: используя параметры, которые дала нам S-оценка реализуем минимизацию особой функции от алгебраической ошибки. Это непрерывная, строго положительная, интегрируемая, симметричная и монотонно-возрастающая функция с $p(0) = 0$. Вычисляются весы оценок.
- Это повторяется пока оценки не будут сходиться.

Сравнительный анализ

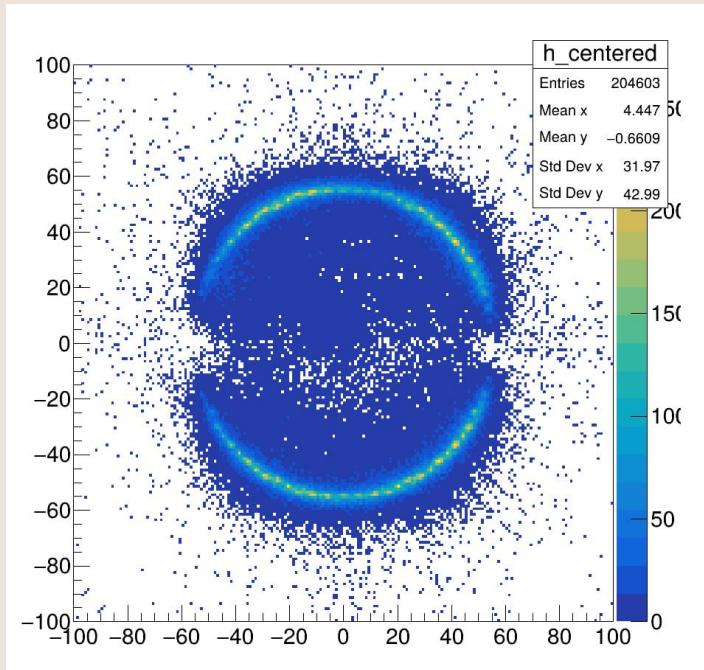
- Количество удачных фитов
- Количество неудачных фитов
- Среднее значение выбросов, минимальное значение выбросов и максимальное значение выбросов.
- Время фитирования одного события
- Насколько близко точки лежат к идеальной окружности

Метод Каса



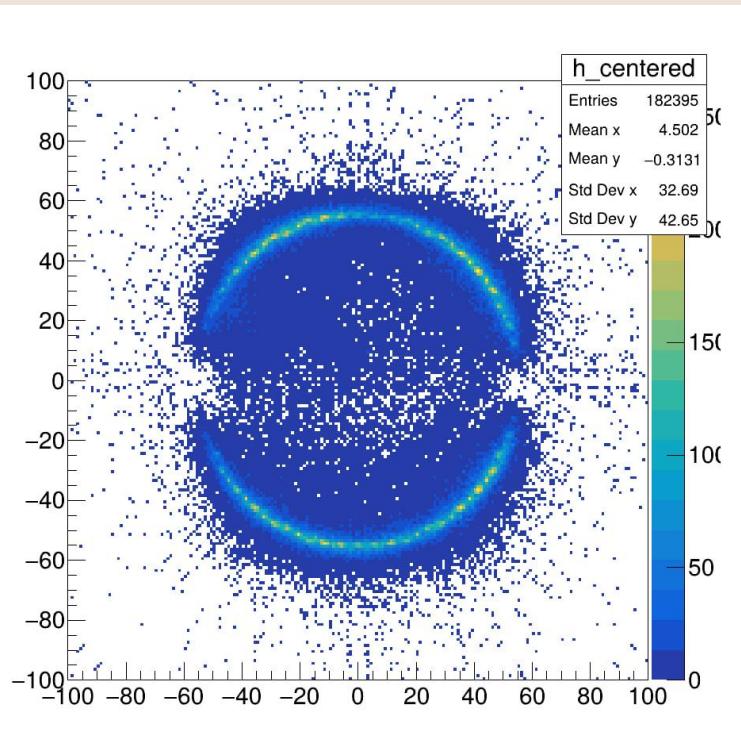
- Полное обработанных событий: 35607
- Удачных фитов: 35543 (99.8203%)
- Неудачных фитов: 64 (0.17974%)
- Среднее время фита: 0.000749981 мс
- Статистика выбросов:
 - Среднее значение выброса: 2.98792
 - Минимальное значение выброса: 0
 - Максимальное значение выброса: 46.1504
- Всего хитов профитировано: 204407
- Анализ выбросов:
 - 95 % выбросов имеют значение ≤ 12.9013
 - 47% выбросов имеют значение < 1

Метод Таубина



- Полное обработанных событий: 35607
- Удачных фитов: 35555 (99.854%)
- Неудачных фитов: 52 (0.146039%)
- Среднее время фита: 0.00018662 мс
- Статистика выбросов:
 - Среднее значение выброса: 2.93092
 - Минимальное значение выброса: 0
 - Максимальное значение выброса: 48.8036
- Всего хитов профитировано: 204407
- Анализ выбросов:
 - 95 % выбросов имеют значение ≤ 12.3218
 - 47% выбросов имеют значение < 1

Метод ММ-оценок



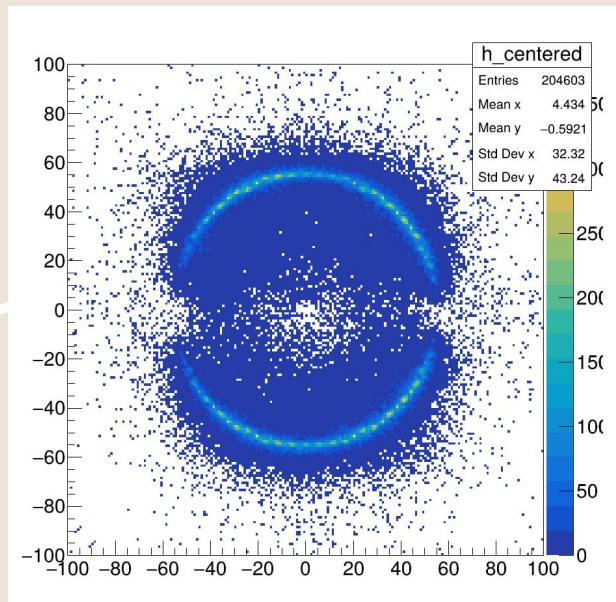
- Полное обработанных событий: 33662
- Удачных фитов: 33601 (99.8188%)
- Неудачных фитов: 61 (0.181213%)
- Среднее время фита: 0.0241692 мс
- Статистика выбросов:
 - Среднее значение выброса: 2.71304
 - Минимальное значение выброса: 0
 - Максимальное значение выброса: 45.9558
- Всего хитов профитировано: 182208
- Анализ выбросов:
 - 95 % выбросов имеют значение ≤ 11.6919
 - 49% выбросов имеют значение < 1

Параметр	Каса	Таубин	ММ	Победитель
Надежность	99.82%	99.85%	99.82%	Таубин
Скорость	0.00075	0.00019	0.0242	Таубин
Средняя точность	2.988 мм	2.931 мм	2.713 мм	ММ
Макс. ошибка	46.15 мм	48.80 мм	45.96 мм	ММ
95% перцентиль	12.90 мм	12.32 мм	11.69 мм	ММ
Хорошие точки	47.11 %	47.46 %	49.99%	ММ

Гибридный метод

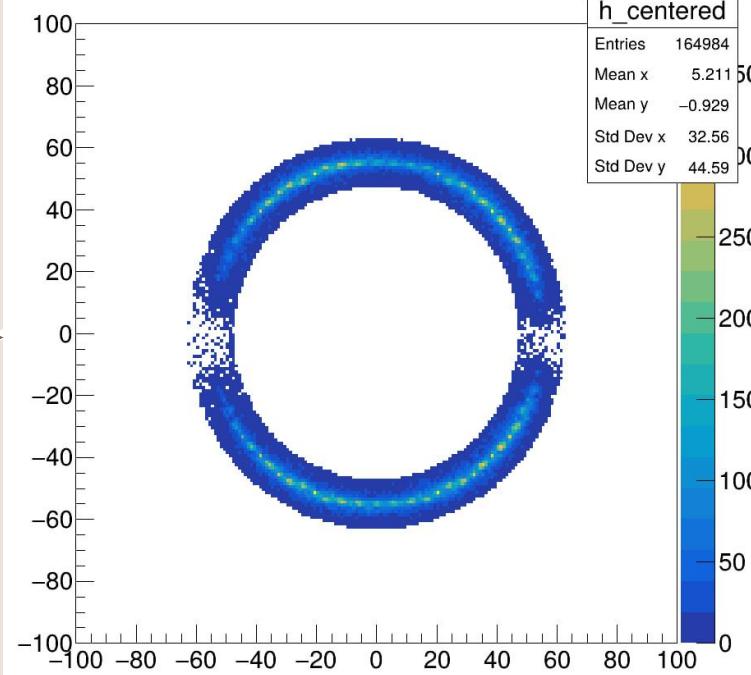
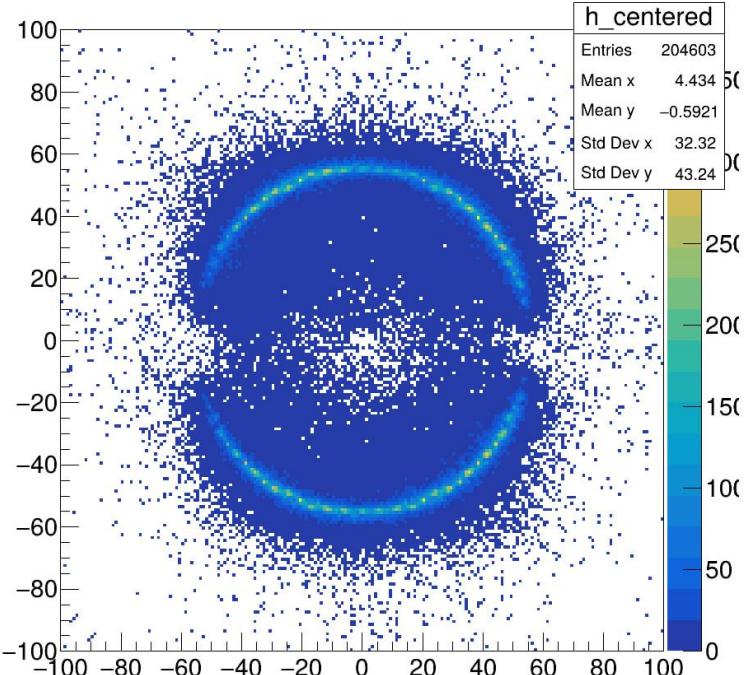
Скрестили метод Таубина и
Метода ММ-оценок.

Таубин дает старт этому
методы, что увеличивает его
скорость и дает нужную
точность

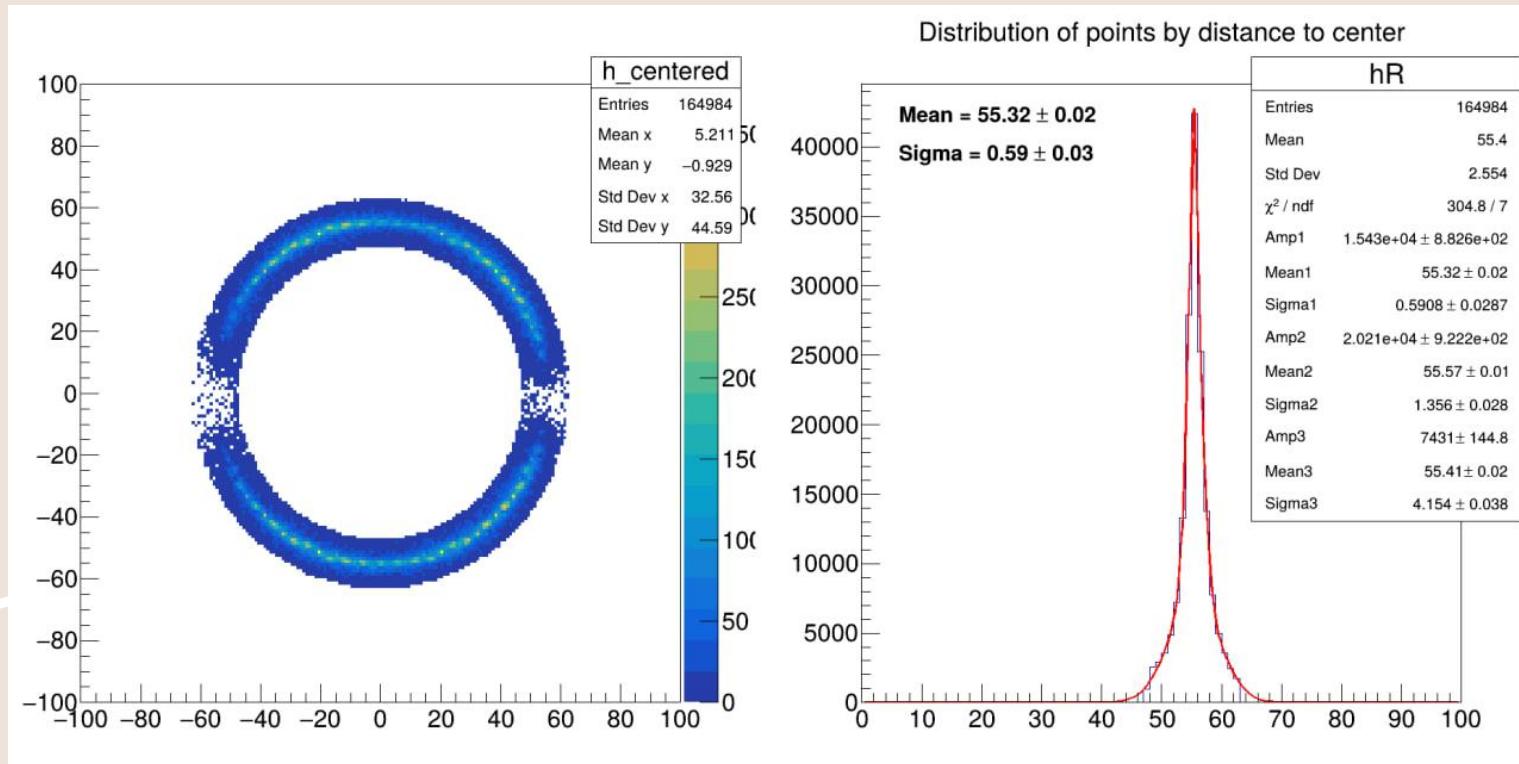


Параметр	Каса	Таубин	ММ	Гибрид	Победитель
Надежность	99.82%	99.85%	99.82%	99.85%	Гибрид
Скорость	0.00075 мс	0.00019 мс	0.0242 мс	0.0137 мс	Таубин
Средняя точность	2.988 мм	2.931 мм	2.713 мм	2.585 мм	Гибрид
Макс. ошибка	46.15 мм	48.80 мм	45.96 мм	65.792 мм	ММ
95% перцентиль	12.90 мм	12.32 мм	11.69 мм	11.783 мм	ММ
Хорошие точки	47.11 %	47.46 %	49.99%	55.69%	Гибрид

Фильтрация Шума



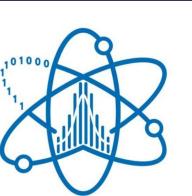
Итоговый результат на данный момент



Перспективы машинного обучения

- Робастный фильтр
- Предсказание параметров
- Эллипсы и сложные формы

Спасибо!



Исследования выполнены при поддержке гранта Правительства Российской Федерации (Соглашение № 075-15-2025-009 от 28.02.2025 г.)